

MAT204 ANALİTİK GEOMETRİ II DERSİ ARASINAV SORULARI

08.04.2019

SORU 1: $x^2 + 2xy + y^2 - \sqrt{2}x - 3\sqrt{2}y + 4 = 0$ koniğini standart hale getirip grafiğini çiziniz.
(20 puan)

SORU 2: $x^2 + 2xy - y^2 + 8x + 3 = 0$ koniğinin

- Merkezini bulunuz.
- $x - y + 1 = 0$ doğrusuna paralel çapı var mıdır? Araştırınız.
- Eğer varsa asimptotlarını bulunuz. (30 puan)

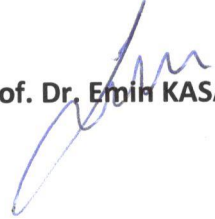
SORU 3: Bir odağı $F(3,0)$, bu odağa karşılık gelen doğrultmanı $x = 2$ doğrusu ve dış merkezliği $e=2$ olan hiperbolün denklemini bulunuz. (20 puan)

SORU 4: $A(-1)$, $B(2)$, $C(3)$ ve $(AC, BD) = -1$ ise $D = ?$ (15 puan)

SORU 5: 

$(AB, CD) = -1$ ise D noktasının yeri neresi olabilir? Gösteriniz. (15 puan)

Prof. Dr. Emin KASAP



ANALİTİK GEOMETRİ II DERSİ ARASINAV CEVAP ANAHTARI

SORU 1: $x^2 + 2xy + y^2 - \sqrt{2}x - 3\sqrt{2}y + 4 = 0$ konisini standart hale getirip grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM: $4AC - B^2 = 0$ olup konik paraboldür. Önce dönme izlenini uygulayalım:

$$\tan 2\alpha = \frac{B}{A-C} = \frac{2}{0} \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\begin{cases} x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha \\ y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} (x' - y') \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2} (x' + y') \end{cases} \text{ bulunur.}$$

Koninin $x'o'y'$ deki denklemini bulalım:

$$\frac{1}{2} (x' - y')^2 + x'^2 - y'^2 + \frac{1}{2} (x' + y')^2 - x' + y' - 3x' - 3y' + 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2x'^2 - 4x' - 2y' + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x'^2 - 2x' - y' + 2 = 0$$

Şimdi de öteleme izleni uygulayalım: $\begin{cases} x' = x'' + h \\ y' = y'' + k \end{cases}$

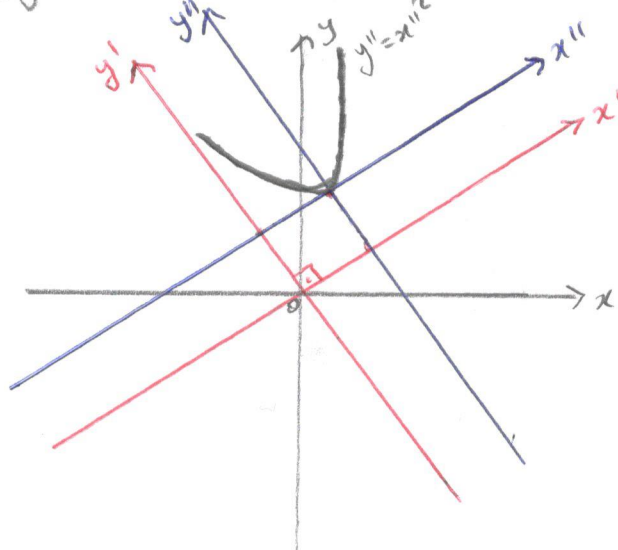
$$\Rightarrow (x'' + h)^2 - 2(x'' + h) - y'' - k + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x''^2 + 2x''h + h^2 - 2x'' - 2h - y'' - k + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x''^2 + \underbrace{(2h-2)}_0 x'' - y'' + \underbrace{h^2 - 2h - k + 2}_0 = 0$$

$$2h - 2 = 0 \Rightarrow h = 1, \quad h^2 - 3k + 2 = 0 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow O'(1, 1)$$

$xoy \xrightarrow{\pi/4} x'o'y' \xrightarrow{O'(1,1)} x''o''y''$ $y'' = x''^2$ olur.



SORU2: $x^2 + 2xy - y^2 + 8x + 3 = 0$ konisinin

a) Merkezini bulunuz.

b) $x - y + 1 = 0$ doğrusuna paralel çapını bulunuz.

c) Eğer varsa asimptotlarını bulunuz.

Çözüm:

a) $M(x_0, y_0)$ olsun.

$\Rightarrow \phi_x|_M = 0$ ve $\phi_y|_M = 0$ dir.

$$\phi_x = 2x + 2y + 8 \Rightarrow 2x_0 + 2y_0 + 8 = 0$$

$$\phi_y = 2x - 2y \Rightarrow 2x_0 - 2y_0 = 0 \Rightarrow 4x_0 = -8 \Rightarrow x_0 = -2$$

$$\Rightarrow y_0 = -2$$

$$\Rightarrow \boxed{M(-2, -2)}$$

b) Çapın eğimi $m' = 1$ olacaktır.

$$(m+m')B + 2Cmm' + 2A = 0$$

$$\Rightarrow 2(m+1) + 2(-1)m + 2 = 0 \Rightarrow 4 = 0$$

\Rightarrow Bu doğruya paralel çapı yoktur.

c) $Cm^2 + Bm + A = 0$

$$-m^2 + 2m + 1 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$\Rightarrow m_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\phi_x = 2x + 2y + 8, \quad \phi_y = 2x - 2y$$

$$1. \text{ çap } \phi_x + (1 + \sqrt{2})\phi_y = 0 \Rightarrow 2x + 2y + 8 + (1 + \sqrt{2})(2x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow \underline{(4 + 2\sqrt{2})x - 2\sqrt{2}y + 8 = 0}$$

$$2. \text{ çap } \phi_x + (1 - \sqrt{2})\phi_y = 0 \Rightarrow 2x + 2y + 8 + (1 - \sqrt{2})(2x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow \underline{(4 - 2\sqrt{2})x + 2\sqrt{2}y + 8 = 0}$$

SORU3: Bir odağı $F(3,0)$, bu odağa karşılık gelen doğrultmanı $x=2$ doğrusu ve dış merkezliği $e=2$ olan hiperbolün denklemini bulunuz.

Çözüm: Hiperbol üzerinde bir nokta $P(x,y)$ olsun. P 'nin $d \dots x-2=0$ doğrusuna olan uzaklığını l alalım.

$$\Rightarrow \frac{|PF|}{l} = e \Rightarrow \frac{\sqrt{(x-3)^2 + y^2}}{|x-2|} = 2$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 + y^2 = 4(x-2)^2$$

$$\Rightarrow 3x^2 - y^2 - 10x + 7 = 0$$

SORU4: $A(-1), B(2), C(3)$ ve $(AC, BD) = -1$ ise $D = ?$

$$(AC, BD) = \frac{(AC, B)}{(AC, D)} = -1, \quad D(d) \text{ olsun}$$

$$\Rightarrow (AC, B) = -(AC, D)$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{BA}}{\overline{BC}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DC}}$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{1} = -\frac{-1-d}{3-d} \Rightarrow 9-3d = -1-d \Rightarrow 2d = 10 \Rightarrow d = 5 \Rightarrow \underline{D(5)}$$

SORU5:



$(AB, CD) = -1$ olması için D 'nin yeri nerere olabilir?

Cevap: C ve D , AB 'yi bir iken biri diğer aynı orandan bölmelidir. Bu nedenle D noktası B 'nin sağında olmalıdır.